

ESTIMATION DE LA CONDUCTIVITE HYDRAULIQUE DE LA NAPPE DE TAFILALET PAR ANALYSE GEOSTATISTIQUE (SUD-EST DU MAROC)

Ilias Bouaamlat
Abdelkader Larabi
Mohamed Faouzi

Université Mohammed V-Agdal / Ecole Mohammadia D'ingénieurs,
Rabat, Maroc

Mahmoud Zemzami

Universite Sidi Mohamed Ben Abdellah /
Faculté Des Sciences Et Techniques, Fès, Maroc

Abstract

This article aims to present a methodology for geostatistical modeling which allows analysing the spatial variability and the estimating the values of hydraulic conductivity of the groundwater of Tafilalet. This study is performed with the GIS, based on the observed values of 78 boreholes drilled in the study area. Two types of experimental variograms were performed taking into account the appearance of isotropic and anisotropic and allowing to infer the spatial correlations existing between the values. These variograms have been modeled by two types of analytic functions; exponential and spherical. The performance of this model was evaluated by analyzing the errors of estimates calculated by the method of cross-validation. The results correspond to thematic maps that are used for decision making and implementation of a hydrogeological model for the groundwater of Tafilalet.

Keywords: Geostatistical modeling, GIS, variograms, hydraulic conductivity, groundwater of Tafilalet

Resume

Dans ce travail, on présente une méthodologie de la modélisation géostatistique qui permet l'analyse de la variabilité spatiale et l'estimation des valeurs de la conductivité hydraulique de la nappe de Tafilalet. Cette étude est réalisée avec l'outil SIG, sur la base des valeurs observées sur 78

forages implantés dans la zone d'étude. Deux types de variogrammes expérimentaux ont été réalisés prenant en compte l'aspect isotrope et anisotrope et permettant d'inférer les corrélations spatiales existantes entre les valeurs. Ces variogrammes ont fait l'objet d'une modélisation par deux types de fonctions analytiques ; exponentielle et sphérique. La performance de cette modélisation a été évaluée grâce à l'analyse des erreurs d'estimations calculées par la méthode de validation croisée. Les résultats obtenus correspondent à des cartes thématiques qui servent à la prise de décision et à la réalisation d'un modèle hydrogéologique pour la nappe de Tafilalet.

Mots-clés: Modélisation géostatistique, SIG, variogrammes, conductivité hydraulique, nappe de Tafilalet.

Introduction

La conductivité hydraulique constitue une des variables d'état de l'écoulement souterrain. La connaissance de cette variable est primordiale pour la reconstruction des structures des écoulements, des zones de concentration et pour le calcul du bilan des nappes par le biais des modèles de simulation numérique et de gestion des ressources en eaux souterraines. Cependant, les valeurs de ce type de paramètres hydrodynamiques ne sont connues que dans certains endroits spatiaux où l'on trouve un réseau de mesure par des essais de pompage. Ce dernier est forcément de densité limitée, vue la contrainte liée au coût prohibitif d'exécution des essais, ce qui constitue un facteur limitant en matière de caractérisation de la variation spatiale de ce paramètre d'une manière continue. Ces constatations, démontrent l'obligation de l'estimation de la conductivité hydraulique dans des zones non échantillonnées par des méthodes d'interpolation de précision acceptable. A cet égard, le recours à la modélisation géostatistique, qui a pris naissance dans le domaine du génie minéral [1] puis a été appliquée dans tous les domaines des sciences de la terre et d'ingénierie notamment les sciences de l'eau, constitue l'un des outils qui permet de pallier à ce type de problèmes et d'approcher la répartition spatiale de ce paramètre qui servira d'entrée au modèle de simulation de l'écoulement des eaux souterraines.

Approche et méthodologie de travail

L'approche de la modélisation géostatistique est basée sur le traitement statistique des variables régionalisées [2]. Plusieurs méthodes ont été développées pour ce type de traitement, mais la méthode du krigeage [1], développée par Matheron [2], reste la plus utilisée en géostatistique. C'est une méthode optimale d'estimation linéaire et non biaisée de la propriété observée. Elle génère les prévisions spatiales aux points non échantillonnés

par l'estimation de l'erreur la plus faible [3]. Elle est connue comme étant la seule, parmi les méthodes stochastiques ou déterministes, qui tient compte de la structure de dépendance spatiale des données (le variogramme) [4]. Le principe du krigeage, est d'estimer la valeur de la variable d'intérêt en tout point (xi) d'une grille de calcul, par interpolation linéaire à partir des valeurs échantillonnées $Z(x_i)$ [3].

Notons Z^* l'estimateur linéaire de la variable aléatoire, défini comme suit :

$$Z^* = \sum_{i=1}^p \lambda_i Z(x_i) \tag{1}$$

L'idée de base consiste à déterminer le coefficient de pondération λ_i de chaque variable $Z(x_i)$ en fonction d'un degré de similarité qui dépend uniquement de la distance h . Un variogramme expérimental sera alors élaboré par l'équation suivante :

$$\gamma(h) = 1/2 \cdot \text{var}[Z(x_i) - Z(x_{i+h})] \tag{2}$$

Un ensemble de points expérimentaux est obtenu et sur lequel on ajuste une fonction analytique qui correspond à un modèle de variogramme théorique. Une fois le modèle adopté, tous les calculs se font avec les valeurs du modèle ajusté.

En conséquence, un système d'équations linéaires de krigeage sera formulé sous forme matricielle [3], [4].

$$A \cdot \lambda = B \tag{3}$$

Avec $A = \begin{bmatrix} 0 & \gamma(Z_1, Z_2) & \dots & \gamma(Z_1, Z_n) & 1 \\ \gamma(Z_2, Z_1) & 0 & \dots & \gamma(Z_2, Z_n) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma(Z_n, Z_1) & \gamma(Z_n, Z_2) & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} \gamma(Z_1, Z_0) \\ \gamma(Z_2, Z_0) \\ \dots \\ \gamma(Z_n, Z_0) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Où les $\gamma(Z(x_i), Z(x_j))$ sont les valeurs du variogramme calculées pour la distance entre deux points échantillonnés (xi), (xj) et les $\gamma(Z(x_i), Z(x_0))$ sont les valeurs du variogramme calculées pour la distance entre le point estimé (x0) et le point échantillonné (xi) et μ le multiplicateur de Lagrange. Le coefficient de pondération λ est alors obtenu par le produit de la matrice inverse A^{-1} et B :

$$\lambda = A^{-1} \cdot B \tag{4}$$

La méthodologie adoptée dans le cadre de ce travail a été approuvée par de nombreux auteurs : [3], [5], [4] et [6]. Elle comporte deux phases importantes ; une première phase de préparation et d'analyse de données nécessaires pour une deuxième phase de modélisation géostatistique. La base

de données géographiques pour les valeurs de la conductivité hydraulique de la plaine de Tafilalet a été organisée et archivée sur une plate forme SIG (ArcGIS) dans laquelle les deux phases ont été réalisées selon le schéma illustré par la figure 1 :

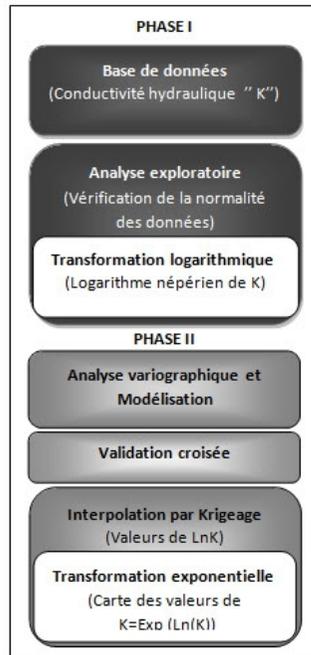


Fig. 1. Méthodologie de la modélisation géostatistique des valeurs de la conductivité hydraulique.

Présentation de la zone d'étude

La région d'étude (fig. 2) est située au Sud-est du Maroc dans une zone présaharienne. Elle est encadrée au Nord et à l'Est par les rebords d'érosion des Hammada, et à l'Ouest et au Sud par les massifs anciens du domaine anti-atlasique. Elle s'intègre dans le vaste ensemble de la plaine d'érosion et de larges vallées de la périphérie de la chaîne anti-atlasique dont elle constitue la partie la plus orientale [7]. Cette région se présente comme une vaste dépression résultant d'une érosion d'un ensemble de la couverture géologique au cours de la période Quaternaire, tout en constituant une petite Mésopotamie; la plaine de Tafilalet, traversée par deux principaux cours d'eau provenant des montagnes du Haut-Atlas : le Ziz et le Rheris. Le centre de la plaine est occupé par les palmeraies du Tizimi et du Tafilalet (sensu stricto) considérées comme la plus vaste palmeraie de tout le Maghreb (700km²) [8].

Les formations Quaternaires de la région renferment une nappe phréatique, qui repose sur un substratum primaire principalement schisteux

de profondeur de 15 à 35m. Elle constitue le lieu de convergence de la majeure partie des eaux souterraines du bassin Ziz-Rh ris (fig. 3). C'est une unité hydrogéologique dont les niveaux aquifères sont constitués ; dans le Tizimi, par des conglomérats souvent incompl tement cimentés et comportant quelques niveaux lenticulaires d'alluvions graveleuses, et dans le Tafilalet (s.s) par deux unités aquifères superposées; à la base des conglomérats et des calcaires lacustres incluant des niveaux graveleux, et au sommet des sables, cailloutis et galets, recouverts de limons puissants et assez inégalement répartis [7]. La variabilité de ces formations se répercute considérablement sur les valeurs de la conductivité hydraulique et sur leurs dispersions dans l'espace.

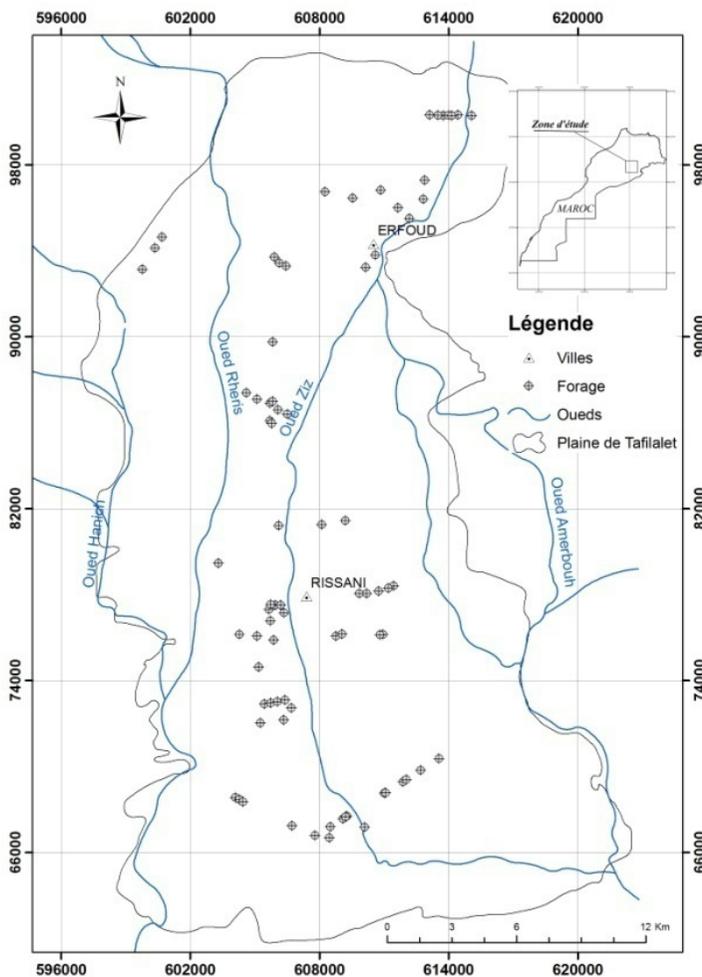


Fig. 2. La plaine de Tafilalet avec les 78 forages de la nappe (Maroc)

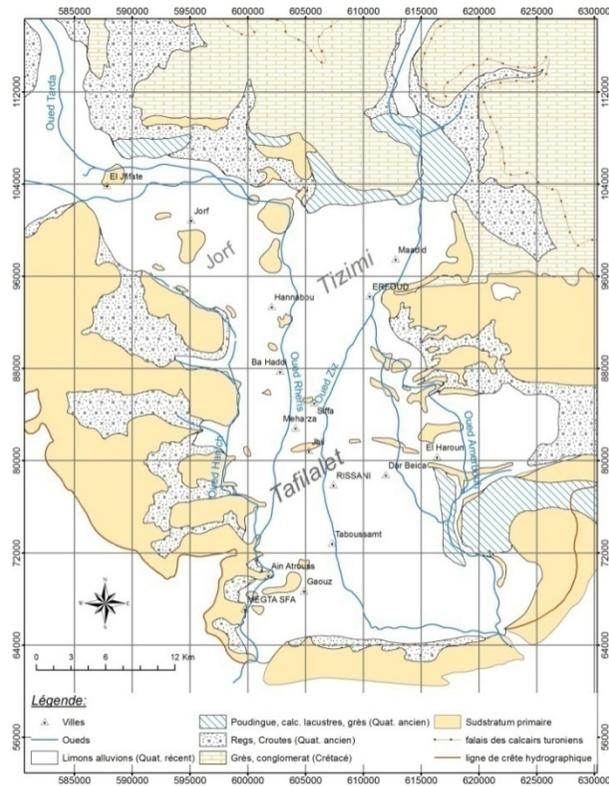


Fig. 3. Carte géologique simplifiée

Modélisation géostatistique
Analyse exploratoire des données

L’analyse exploratoire mentionnée dans la méthodologie évoquée pour la modélisation géostatistique (fig. 4), vise à donner une caractérisation spatiale et statistique des valeurs de la conductivité hydraulique. Les forages d’exploration qui ont été implantés dans la zone d’étude, depuis les années cinquante jusqu’à la fin de l’année 2006, montrent que les valeurs mesurées sur les 78 forages, varient entre deux valeurs extrêmes 3.10^{-7} et 5.10^{-2} m/s. Les valeurs de la conductivité hydraulique sont de trois ordres principaux: élevées de 2.10^{-3} à 5.10^{-2} m/s pour les alluvions sablo-graveleuses, moyennes de 5.10^{-5} à 2.10^{-3} m/s caractérisant les conglomérats et les calcaires lacustres, et faibles de 3.10^{-7} à 5.10^{-5} m/s pour les marnes lacustres, les calcaires compacts et la plupart des limons. Le graphique B de la figure 4 présente la répartition spatiale des données en 3 dimensions. L’ensemble des forages, qui sont généralement bien répartis sur la nappe (fig. 4A), montre que sept points ont des valeurs qui dépassent 5.10^{-3} m/s, dont une valeur atteint la valeur maximale. Les plus grandes valeurs sont enregistrées dans le

centre de la nappe aux forages près de la ville de Rissani (fig. 4A). Généralement, les valeurs varient considérablement sur toute la plaine en fonction des formations du Quaternaire, cependant, elles semblent être stationnaires par rapport à leur comportement directionnel qui est presque constant dans toutes les directions (graphique de tendance : C). L'histogramme des valeurs présente une distribution asymétrique relativement pointue et étalée vers la gauche avec une fréquence plus élevée pour les valeurs inférieures à 2.10^{-3} m/s. Cette distribution met en question la normalité des données qui est un bien nécessaire pour une meilleure estimation avec le krigeage [3], [4].

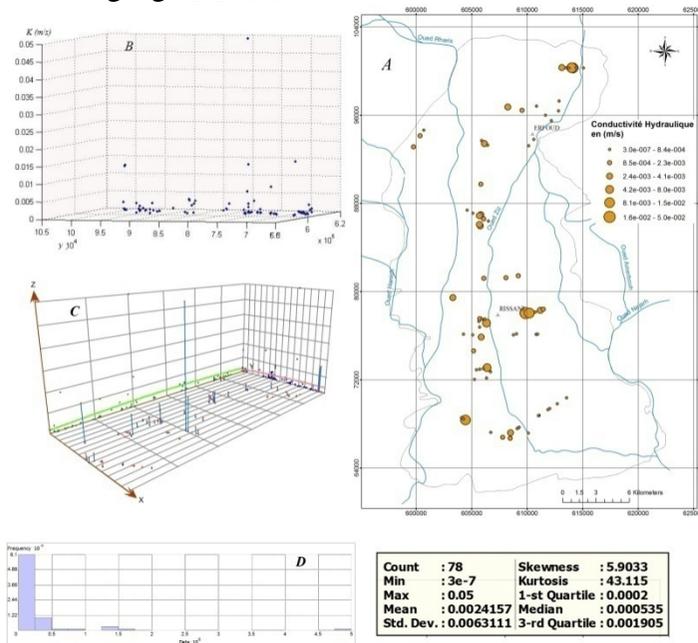


Fig. 4. Analyse exploratoire des valeurs de la conductivité hydraulique

Une transformation des valeurs de la conductivité hydraulique a donc été entreprise pour normaliser la distribution de ce paramètre. Le choix de la méthode a été imposé par la nature de la variable étudiée et la transformation inverse des estimations obtenues [4]. Dans notre cas, où l'analyse statistique (fig. 4, tableau) de la conductivité hydraulique montre la présence de quelques valeurs très élevées et donne un coefficient d'asymétrie (skewness) qui est positif, la transformation utilisée dans ce travail a été logarithmique dont l'inversion semble être plus facile.

L'histogramme des valeurs du logarithme de la conductivité hydraulique (lnK) obtenu et comparé à la loi normale (fig. 5), définie par la moyenne et l'écart-type des valeurs transformées (-7,56 ; 2,06), montre une

distribution unimodale de fréquence maximale unique confondue avec la moyenne. L'allure générale de l'histogramme permet de considérer le logarithme de la conductivité hydraulique comme une distribution normale. Le test Kolmogorov-smirnov [9] a montré aussi que la distribution des valeurs suit une loi normale et que le risque de rejeter l'hypothèse est nulle H_0 (H_0 : l'échantillon suit une loi normale), alors qu'elle est vraie, est de 26,01%.

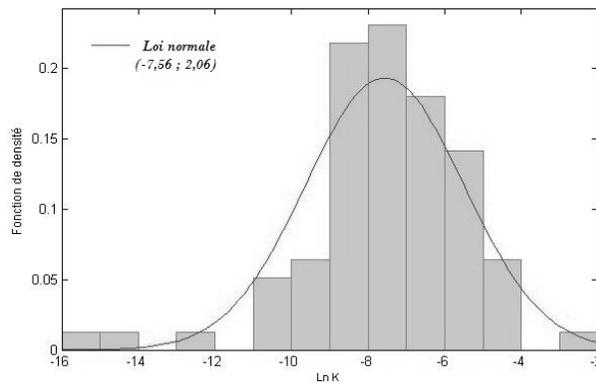


Fig. 5. Histogramme du logarithme népérien de la conductivité hydraulique (lnK)

Analyse variographique et modélisation

L'analyse variographique est une étape préalable au krigeage. Elle est réalisée afin de mettre en évidence le comportement spatial de la variable en question (lnk). Cette analyse est basée sur deux types de variogrammes expérimentaux ; le variogramme omnidirectionnel (fig. 6) et le variogramme directionnel (fig. 7). Le premier variogramme de la (fig. 6 A), calculé pour toutes les combinaisons de la variable régionalisée (3003 points expérimentaux), avec des distances multiples d'un pas de 3,36 kilomètres, montre une certaine structure de dépendance spatiale. En effet, les points à faible distance qui représentent les couples de forages les plus proches ont des valeurs de variogramme plus faibles par rapport aux points représentant les couples de forages les plus éloignés. Mais au-delà de la moitié de la distance maximale, à 16 kilomètre, le nuage des points expérimentaux commence à s'aplatir indiquant que la corrélation entre les points expérimentaux est très faible. En outre, un phénomène d'effet pépité est bien remarqué par la présence de quelques points à distance très faibles et de valeurs de variogramme très élevées. Cette constatation peut s'expliquer par la présence d'un certain nombre de forages très proches de valeurs mesurées très différentes. Ce phénomène peut être rapporté aux hétérogénéités de la formation aquifère et aux passages brutaux de facies. La figure 6B est une autre présentation du variogramme omnidirectionnel. Elle

montre une grande variabilité entre les valeurs de plusieurs points à différentes distances. Cette variabilité qui s’observe par la répartition des points manquant de stabilité et fluctuant d’une manière erratique près de la variance, malgré que tous les points à l’exception d’un seul, sont calculés par la moyenne d’une classe de plus de 30 paires. Ce comportement irrégulier du variogramme peut s’expliquer en quelque sorte par l’insuffisance des données et l’éloignement des forages par rapport à la surface de la zone d’étude. Néanmoins, cela n’exclue pas l’existence d’une continuité spatiale dans une direction préférentielle. La figure 7 permet de mettre en évidence la structure anisotropique. En effet, Les valeurs données par la surface variographique montrent une continuité spatiale dans la direction Nord135°, et une forte variation dans la direction Nord45°.

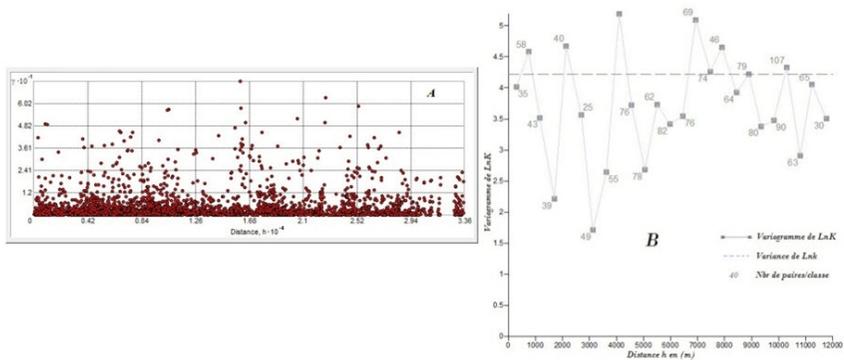


Fig. 6. deux variogrammes omnidirectionnels

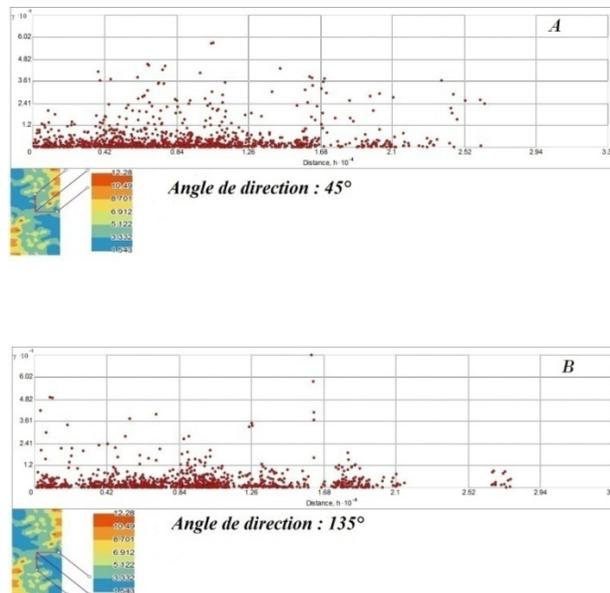


Fig. 7. variogramme directionnel avec surface variographique

Les propriétés de ces variogrammes (fig. 6 et 7) ont servi pour la modélisation variographique qui vise à passer d'une fonction définie par des points à une fonction continue dans l'espace et possédant une expression mathématique [3]. Pour ce faire, nous avons d'abord choisi deux types de modèles : les modèles sphérique et exponentiel qui sont communément utilisés pour l'estimation de la conductivité hydraulique. Puis, nous avons procédé à l'ajustement des deux modèles sur les points expérimentaux des deux variogrammes, en jouant sur les paramètres de chaque modèle (la portée, le palier et l'effet pépité). Les figures 8 et 9 récapitulent les formes les plus simples obtenues par cette modélisation. Ces modèles tentent d'ajuster les variogrammes du logarithme népérien de la conductivité hydraulique avec une contribution d'un faible effet de pépité à l'origine et accordent plus de poids aux distances faibles pour qu'elles s'adoptent visuellement mieux avec les variogrammes expérimentaux. La qualité d'ajustement sera contrôlée par la validation croisée.

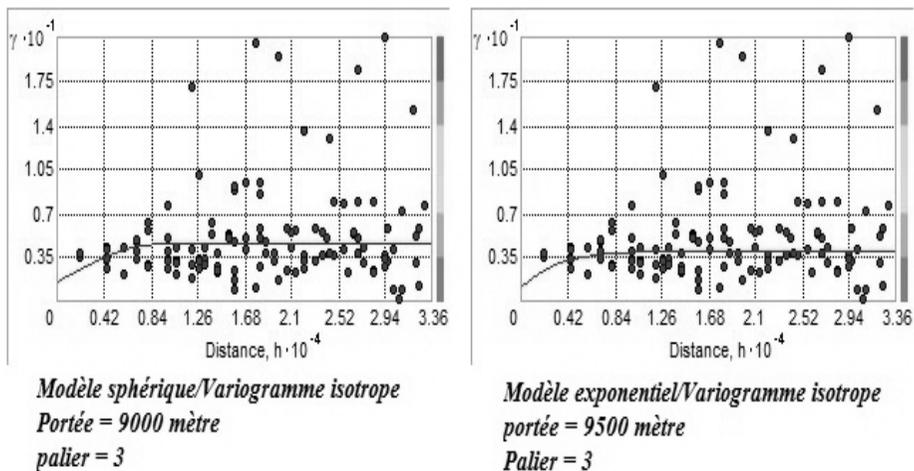


Fig. 8. Ajustement des modèles exponentiel et sphérique sur le variogramme omnidirectionnel (Isotrope)

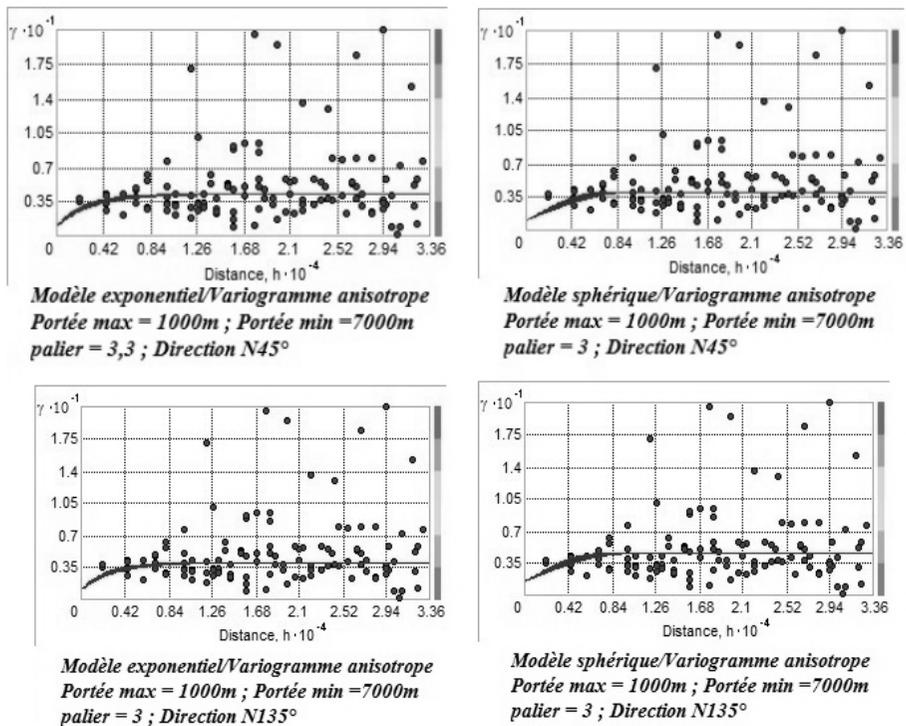


Fig. 9. Ajustement des modèles exponentiel et sphérique sur les variogrammes directionnels (Anisotrope)

Validation croisée

La validation croisée est fréquemment utilisée dans la géostatistique [10]. Elle permet de comparer l'impact des différents modèles et de choisir un seul pour l'estimation. Son principe consiste à réestimer les valeurs du logarithme népérien de la conductivité hydraulique pour les points échantillonnés par le biais des modèles ajustés. L'opération est menée pour tous les points, et la qualité de l'estimation est calculée sur la base de cinq critères statistiques utilisés par le logiciel ArcGis.

- l'erreur moyenne :
$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z^*(x_i) - Z(x_i)) \tag{5}$$

- l'écart type des erreurs:
$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z^*(x_i) - Z(x_i))^2} \tag{6}$$

- la moyenne de l'écart type :
$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\sigma}(x_i)} \tag{7}$$

- moyenne de l'erreur réduite :
$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z^*(x_i) - Z(x_i)) / \hat{\sigma}(x_i) \tag{8}$$

- l'écart type de l'erreur réduite:
$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(Z^*(x_i) - Z(x_i))/\hat{\sigma}(x_i)]^2}$$
 (9)

Soit $Z^*(x_i)$ l'estimation de la valeur mesurée $Z(x_i)$, $\hat{\sigma}(x_i)$ est l'erreur standard de prédiction et n est le nombre de points utilisés par la validation croisée ($n = 78$).

Cette technique considère que le modèle est performant lorsque : l'erreur moyenne et la moyenne de l'erreur réduite sont proches de zéro, chose qui vérifie que le krigeage est non biaisé ; l'écart type de l'erreur réduite proche de 1 et l'écart type des erreurs est proche à la moyenne de l'écart type de krigeage [11].

Le Tableau 1 montre les valeurs obtenues par les six modèles. Les résultats varient considérablement d'un modèle à l'autre. Le modèle sphérique des variogrammes isotrope et anisotrope rend l'estimation globalement sans biais, notamment le cas de l'isotropie où l'erreur moyenne est plus proche de zéro (0.0132). Par contre, pour le modèle exponentiel des trois variogrammes, l'erreur moyenne de l'estimation est grande. L'écart type de l'erreur réduite pour les quatre derniers modèles est suffisamment grand, notamment pour le modèle sphérique ajusté au variogramme anisotrope N45°, alors qu'il est plus faible et proche de 1 pour le modèle sphérique du variogramme isotrope. Ce dernier modèle sort gagnant de cette comparaison et ses paramètres seront utilisés à l'interpolation, par krigeage ordinaire, des valeurs de la conductivité hydraulique de la nappe de Tafilalet.

Tableau 1. Résultats de la validation croisée pour les six modèles choisis

	1ème Mod. Sphérique Var. Isotrope	2ème Mod. Sphérique Var. Anisotrope N135°	3ème Mod. Sphérique Var. Anisotrope N45°	4ème Mod. Exponentiel Var. Isotrope	5ème Mod. Exponentiel Var. Anisotrop e N135°	6ème Mod. Exponentiel Var. Anisotrope N45°
moyenne	0.0132	0.0135	0.020	0.026	0.027	0.025
l'écart type	2.215	2.226	2.193	2.177	2.184	2.161
La moyenne de l'écart type	1.549	1.565	1.381	1.448	1.471	1.471
La moyenne réduite	0.005	0.005	0.009	0.011	0.012	0.011
l'écart type de l'erreur réduite	1.437	1.438	1.599	1.539	1.528	1.493

Interpolation par krigeage

Après avoir validé le modèle sphérique du variogramme isotrope de portée égale à 9000 mètres et de palier égale à 3, l'interpolation a été réalisée avec un krigeage ordinaire sur une grille régulière de 10mx10m sur l'extension de toute la nappe de Tafilalet. Ce type de Krigeage, qui ne

nécessite pas la connaissance de l'espérance de la variable régionalisée, est une méthode d'interpolation exacte [4] qui préserve les valeurs régionalisées mesurées aux forages de la nappe.

Les valeurs de la conductivité hydraulique de la nappe de Tafilalet ont été obtenues par une transformation inverse des valeurs estimées en logarithme népérien. Cette étape est très difficile puisque il faut l'utiliser avec précaution, car la plus part des équations de retransformation n'assurent pas le non-biais des estimations de la variable naturelle. Néanmoins il est préférable d'obtenir une estimation non-biaisée dans l'espace des logarithmes plutôt que dans l'espace normal [3]. Une simple transformation a été utilisée, qui dans notre cas a permis de restituer les valeurs observées au niveau des forages. Notons Y^* les valeurs estimées par krigeage de $Y = \ln K$ et K^* les valeurs naturelles obtenues par la formule suivante :

$$K^* = \exp(Y^*) \quad (10)$$

La figure 10 exprime la répartition spatiale des valeurs de la conductivité hydraulique de la nappe de Tafilalet obtenues par cette modélisation géostatistique. Les erreurs d'estimation calculées par le krigeage ordinaire et les probabilités de dépassement d'un seuil, sont indiquées respectivement dans les figures 11A et 11B. L'examen de la figure 11A montre que les faibles valeurs de l'erreur d'estimation se situent au centre et au Nord de la zone d'étude, dans ces endroits de la plaine, où l'on trouve une abondance de valeurs mesurées. Par opposition, l'erreur devient de plus en plus importante sur le reste de la plaine, notamment vers les bordures où les valeurs de la conductivité hydraulique restent méconnues.

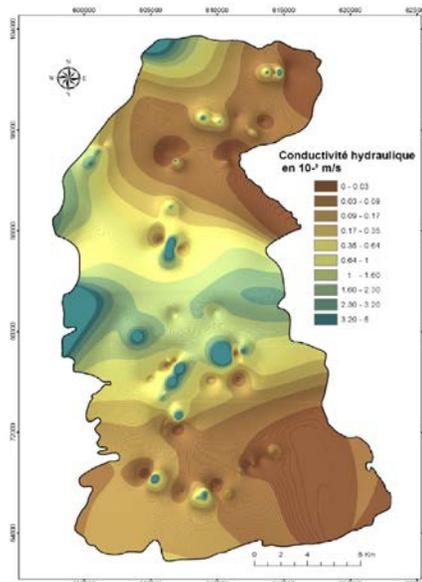


Fig. 10. Carte d'estimation de la conductivité hydraulique de la nappe de Tafilalet

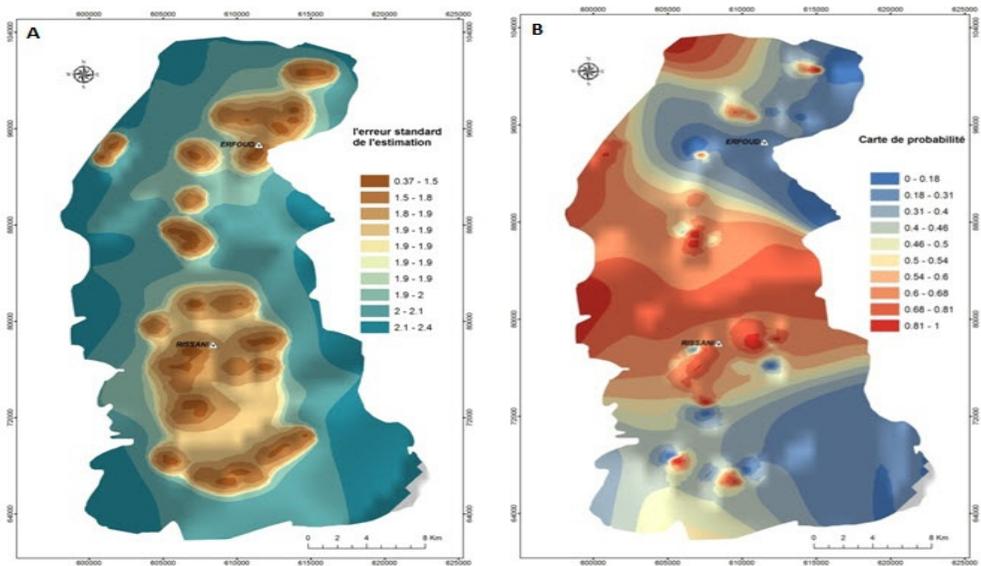


Fig. 11. Carte des erreurs d'estimation (A) avec carte de probabilité des valeurs de la conductivité hydraulique (seuil : 0.0024m/s)(B)

Conclusion

Dans cette étude, une modélisation géostatistique a été appliquée sur les valeurs de la conductivité hydraulique recueillies sur un ensemble de forages repartis dans la nappe de Tafilalet. Elle présente une application qui prend en compte la normalité nécessaire des données pour une meilleure estimation par krigeage. Ainsi, une transformation logarithmique a été effectuée pour normaliser les valeurs de référence spatiale de distribution non-normale.

Cette application qui combine les performances du SIG et les techniques géostatistiques a permis de produire des cartes qui servent comme outils de prise de décision. En effet, la carte des erreurs d'estimation obtenue par cette étude peut fournir des orientations pour la sélection de nouveaux sites d'observation afin d'améliorer la qualité de l'estimation. L'interpolation par krigeage ordinaire avec le modèle sphérique isotrope a donnée une bonne prédiction d'une moyenne d'erreur proche de zéro. Le champ de la conductivité hydraulique qui a été généré et retransformé en valeurs réelles, montre que les fortes valeurs sont localisées dans la zone centrale ($k > 2,4$ 10-3m/s) qui connait une irrigation importante de palmiers dattiers.

Les valeurs de la conductivité hydraulique ainsi obtenues, constituent un intrant principal pour le modèle mathématique d'écoulement souterrain et de transport de polluants, qui sera développé et interfacé avec les systèmes

d'aide à la décision dont l'objectif est d'optimiser et gérer les exploitations des ressources en eau dans le système oasien de la plaine de Tafilalet.

References:

- [1] Krige, A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining Society, 1951.
- [2] Matheron, La théorie des variables régionalisées et ses applications. Les cahiers du centre de morphologie mathématique de Fontainebleau, Fascicule 5, 1970.
- [3] Rentier, Méthode Stochastique de délimitation des zones de protection au tour des captages d'eau, Thèse de doctorat, Université de Liège, 2002.
- [4] Baillargeon, Le krigeage : revue de la théorie et application à l'interpolation spatiale de données de précipitations, mémoire pour l'obtention du grade (M.Sc.). Université Laval, 2005.
- [5] El morjani Z., Conception d'un système d'information à référence spatiale pour la gestion environnementale ; application à la sélection de sites potentiels de stockage de déchets ménagers et industriels en région semi-aride (Souss, Maroc). La conférence francophone ESRI, SIG, 2003.
- [6] Jarar O. H., HyDRIS : Un système d'information géospatiale pour une gestion durable des ressources en eaux souterraines, Thèse de doctorat, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah, 2009.
- [7] Margat J., Mémoire explicatif de la carte hydrogéologique au I /50.000 de la plaine du Tafilalet. Notes et Mémoire, Ministère de l'Energie et des Mines, Maroc, n° 150 bis, 1962.
- [8] Ben brahim M., Les khetaras du Tafilalet (SE. Maroc): passé, présent et futur, Internationales Frontinus-Symposium. Walferdange. Luxembourg, 2003.
- [9] Conover W. J., Practical Nonparametric Statistics. New York: John Wiley & Sons. Pages 295–301 (one-sample Kolmogorov test), 309–314 (two-sample Smirnov test), 1971.
- [10] Clark I., The Art of Cross Validation in Geostatistical Applications. Proceeding 19 th APCOM, 1986.
- [11] ESRI (Environmental Systems Research Institute), ArcGIS 9: Using ArcGis Geostatistical Analyst. Environmental Systems Institute, 2001-2003.